

Problema 1. *Mostre que, se p, q, m, n são números inteiros, p e q naturais primos entre si, então*

$$pn \equiv 1 \pmod{q}, qm \equiv 1 \pmod{p} \Leftrightarrow pn + qm \equiv 1 \pmod{pq}.$$

Problema 2. *Calcule o resto de 9^{9^9} na divisão por 11.*

Problema 3. *Dado o gráfico da parábola $y = ax^2$, dados dois pontos A e B na parábola, em semi-planos distintos dos semi-planos gerados pelo eixo da parábola, e dado o ponto C cuja tangente à parábola é paralela a AB , mostre que a reta paralela ao eixo da parábola que passa por C corta AB ao meio (em dois segmentos congruentes).*

Problema 4. *Um círculo tangencia os lados do quadrilátero $ABCD$. Os pontos de tangência são R sobre AB , S sobre BC , T sobre CD e U sobre DA . Sabe-se que $AU = 1$, $DU = 2$, $BS = 2$ e $CS = 4$. Calcule o comprimento SU .*

Problema 5.

No desenho ao lado, o triângulo ABC é equilátero e $BD = CE = AF = \frac{AB}{3}$. Determine a razão $\frac{EG}{GD}$.

