INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

PROGRAMA PROFMAT

# GRUPO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
# O TEOREMA DE PITÁGORAS

Versão preliminar
Agosto de 2022

GRUPO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
Jeanne D. B. de Barros
Fernando Antônio de Araújo Carneiro
João Bosco Pitombeira de Carvalho
Cláudia Ferreira R. Concordido
Marcus Vinicius Tovar Costa
Guido Gerson Espiritu Ledesma
Patrícia Nunes da Silva

**O TEOREMA DE PITÁGORAS**

Fernando Antônio de Araújo Carneiro
Programa PROFMAT
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

*In memoriam*

Rogério Luiz Quintino de Oliveira Júnior

# 1 Introdução

Como podemos apresentar aos alunos o teorema de Pitágoras de modo que visualizem melhor o próprio teorema e algumas de suas aplicações? A melhor maneira pode depender de vários fatores circunstanciais. Mas, decorridos mais de dois mil anos desde o surgimento da Geometria como teoria na Grécia, perdemos a conexão do teorema com sua origem? Essa conexão pode nos ensinar alguma coisa, ou, melhor ainda, pode nos ajudar a ensinar melhor o teorema de Pitágoras? Acredito que sim. É por essa razão que decidi escrever essas páginas. Compreender como ele era entendido pelos povos antigos - gregos, hindus, babilônicos e egípcios - pode ser útil na hora de compreendermos e ensinarmos o teorema que é um dos resultados mais antigos da Geometria.

Na segunda seção, veremos o enunciado do teorema e como ele era entendido pelos antigos. Na terceira, exemplos simples, bem didáticos, que podem servir de atividade pedagógica. Na quarta, veremos duas demonstrações antigas: a chinesa e a euclidiana. Na quinta, a quadratura do retângulo feita por Eucldes. Na sexta, uma versão alternativa. Na sétima, comentários às referências da bibliografia, seção que encerra o módulo.

## 2 Pitágoras geométrico

O teorema de Pitágoras em sua versão geométrica é um dos resultados mais usados na geometria dos povos antigos. O que é essa versão geométrica desse teorema? É a seguinte:

**Teorema de Pitágoras - versão geométrica.** *Dado um triângulo retângulo qualquer, a soma das áreas dos quadrados sobre os catetos é a área do quadrado sobre a hipotenusa.*

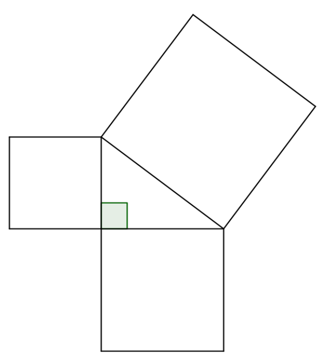

Figura 1: Versão geométrica.

Para os antigos, o teorema de Pitágoras é uma afirmação a respeito da relação entre as áreas dos quadrados cujos lados são os catetos e a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa, e não uma afirmação a respeito da relação entre as medidas dos lados de triângulos retângulos.

Na Babilônia antiga, encontramos tabuletas de ternas pitagóricas; na Índia antiga, encontramos técnicas de quadratura do retângulo que se baseiam no teorema de Pitágoras, ou, pelo menos, na relação afirmada em seu enunciado; na China antiga, encontramos figuras que mostram a validade do enunciado do Teorema de Pitágoras em sua versão geométrica. Veremos algumas atividades baseadas no uso antigo do teorema. A vantagem desse modo de apresentar o assunto é situar o conhecimento matemático historicamente e dar idéia de suas aplicações originais.

## 3 Exemplos didáticos

A versão geométrica nos ajuda a visualizar o que ocorre no teorema de Pitágoras, nos dá uma representação do enunciado algébrico atual que diz que a hipotenusa elevada ao quadrado é a soma dos catetos elevados ao quadrado. Aliás, se quadrado de um segmento é entendido como a figura quadrada sobre o lado, então o enunciado atual diz o mesmo que a versão geométrica. Podemos compreendê-lo tanto como uma relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo como uma relação entre as áreas de regiões determinadas pelos lados do triângulo retângulo.

Se a versão geométrica nos ajuda a visualizar, exemplos também nos ajudam. Há dois exemplos interessantes do teorema de Pitágoras: o primeiro é o exemplo do triângulo de lados 3, 4 e 5, o segundo é o exemplo do problema da duplicação do quadrado, que faz parte do diálogo Mênon, de Platão.

### 3.1 Exemplo 3-4-5

O exemplo de triângulo retângulo com lados 3, 4 e 5 é um dos mais antigos. Acreditam alguns que esse triângulo era usado para construir ângulos retos, de noventa graus. Ele nos fornece um primeiro exemplo bem simples da validade do teorema de Pitágoras, e nos permite uma primeira atividade. Na figura abaixo temos os quadrados sobre os lados desse triângulo retângulo divididos em quadrados unitários - quadrados de lado 1 e, portanto, área 1.

Quando dividimos em quadrados de área 1 os quadrados sobre os catetos e o quadrado sobre a hipotenusa temos as áreas de cada um deles. A área do quadrado unitário é a medida natural de área. Assim, vemos que um dos quadrados sobre os catetos tem área 9, pois cabem nele nove quadrados unitários, e o outro tem área 16, pois nele cabem 16 quadrados unitários. Juntos, somam 25 quadrados unitários, mesma quantidade de área do quadrado maior, que fica sobre a hipotenusa. Portanto, verificamos facilmente a validade do teorema de Pitágoras nesse caso.

**Atividade 1.** Construir o exemplo 3-4-5 utilizando pequenos quadrados.

Quando temos um triângulo retângulo com lados inteiros dizemos que seus três lados formam uma terna pitagórica. Acima, vimos que $(3, 4, 5)$ é uma delas. Veremos uma maneira de achar outras.

A figura 3 mostra um quadrado escuro de lado 4 e sua divisão em 16 quadrados de lado 1. Observe que em torno dessa quadrado, para formar o quadrado de lado 5, precisamos de 9 quadrados unitários. Essa simples figura mostra um método para acharmos ternas pitagóricas: quando, a partir de

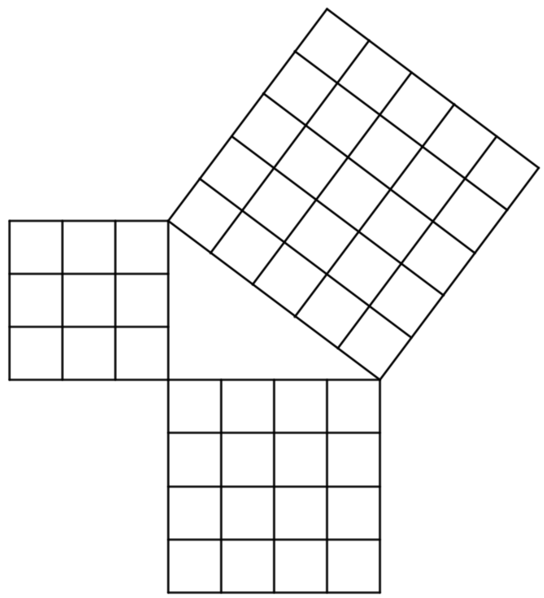

Figura 2: Os quadrados sobre os lados do triângulo 3-4-5.

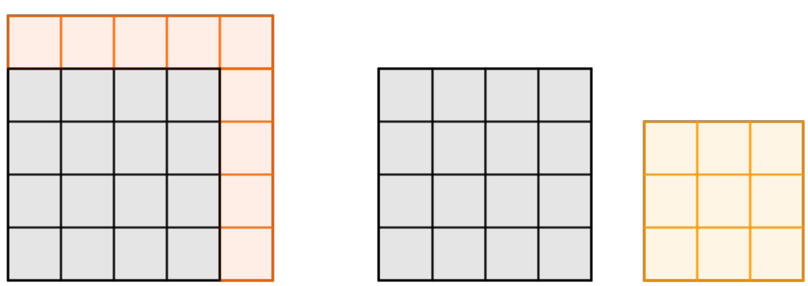

Figura 3: A validade do teorema de Pitágoras para o exemplo 3-4-5.

quadrados unitários, transformamos o quadrado de lado $n$ em um quadrado de lado $n+1$ usando um número de quadrados que tem uma raiz inteira. Observe que:

- Nesse processo o número de quadrados que usamos para passar do quadrado de lado $n$ para o de lado $n+1$ é $2n+1$, isto é, é o dobro da medida do lado do primeiro quadrado mais um (no caso da figura, $2 \cdot 4 + 1$;
- Se o primeiro lado for o cateto de um triângulo retângulo e o segundo a hipotenusa, então, para que o outro cateto seja um número inteiro, $2n+1$ tem que poder ser transformado num quadrado (os nove quadrados em torno do quadrado de lado 4 podem ser reagrupados formando um quadrado de lado 3);
- Logo, por esse processo, quando $2n+1$ é o quadrado de um número inteiro $m$, então temos uma terna pitagórica $(n, m, n+1)$ (No caso da figura, $(4, 3, 5)$).

**Atividade 2.** Observe que, dado o critério acima de achar o número $n$ tal que $2n+1$ é um quadrado, o próximo número que o satisfaz é 12. Portanto, $(12, 5, 13)$ é uma terna pitagórica, isto é, eles são lados inteiros de um triângulo retângulo. Construa uma figura da situação como a que vemos acima.

### 3.2 Duplicação do quadrado

No diálogo Mênon, de Platão, Sócrates interroga um escravo a respeito de como, dado um quadrado de lado 2, achar o quadrado cuja área é o dobro da área desse primeiro quadrado. Logo, como achar um quadrado de área 8, duas vezes 4 - o quadrado de lado 2 tem área 4. Antes de chegar na solução, o escravo testa os quadrados de lados 4 e 3, que não solucionam o problema: o primeiro não tem o dobro da área original, mas o quádruplo, 16, e o segundo não tem área 8, mas tem área 9 - próxima do dobro, mas Sócrates quer a solução exata e não a aproximada.

A solução, como vemos na figura abaixo, é, primeiro, construir o quadrado cujo lado é o dobro do primeiro, dividi-lo em quatro (o primeiro será um desses quatro quadrados), construir as diagonais desses quatro quadrados e verificar que o quadrado cujo lado é a diagonal do quadrado original tem o dobro de sua área.

As três figuras acima mostram como o quadrado sobre a diagonal tem o dobro da área do quadrado original. Na primeira figura acima, da esquerda

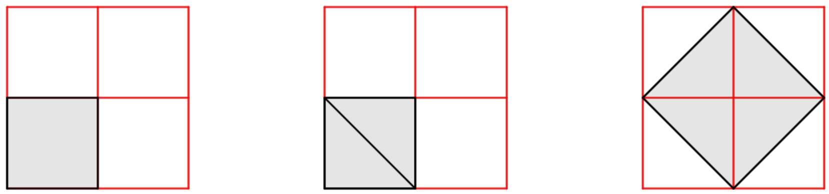

Figura 4: A duplicação da área de um quadrado.

para a direita, vemos em preto o quadrado original, que queremos dobrar, dentro do quadrado maior. O quadrado maior tem quatro vezes a área do menor (nele cabem exatamente quatro cópias do menor). Quando, na figura central, traçamos a diagonal do quadrado menor, ele se divide em dois triângulos congruentes (um é a cópia do outro). Quando traçamos, na figura à direita, as diagonais dos quatro quadrados menores, formando o quadrado sobre a diagonal do quadrado menor, vemos que nesse novo quadrado cabem exatas quatro cópias dos triângulos que fazem parte da figura. O quadrado menor contém, portanto, dois triângulos, o da diagonal contém quatro triângulos: o dobro. Logo, o quadrado da diagonal tem o dobro da área do original.

A partir do teorema de Pitágoras chegamos à mesma conclusão. O quadrado original, em vermelho na figura acima, é dividido pela diagonal em dois triângulos retângulos iguais. Se aplicamos Pitágoras a um deles, temos dois quadrados sobre os catetos que são iguais entre si e iguais ao primeiro, em vermelho. A soma das áreas desses dois quadrados, que é o dobro da área do quadrado original, é, por Pitágoras, igual à área do quadrado sobre a hipotenusa, que é a diagonal.

**Atividade 3.** Discutir se a figura 4 sugere uma maneira de demonstrar a generalização desse caso particular que é o teorema de Pitágoras.

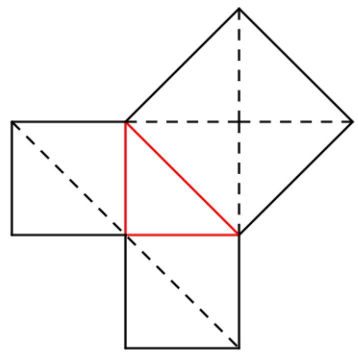

Figura 5: A duplicação segundo o teorema de Pitágoras.

## 4 Versão chinesa e prova geométrica

O teorema de Pitágoras tem algumas demonstrações geométricas bem simples. Na obra chinesa mais antiga de Astronomia e Matemática, *Chou Pei Suan Ching* (título que Jacob Needham traduz como "Aritmética clássica do gnomon e os caminhos circulares do Céu"), há a demonstração de que o triângulo 3-4-5 satisfaz o teorema de Pitágoras (WAERDEN(1968)), mas a demonstração serve para qualquer triângulo retângulo.

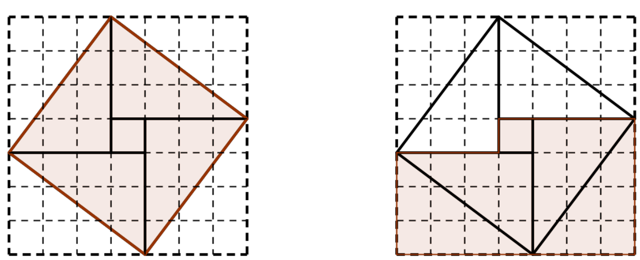

Figura 6: Encontrada no livro chinês Chou Pei Suan Ching.

A demonstração que se segue nesse texto chinês antigo parte do fato de que o quadrado maior da figura 6 tem lado 7 e sua área, a quantidade de quadrados unitários que o compõem, é 49; se retirarmos os quatro triângulos retângulos em torno do quadrado sobre a hipotenusa, temos menos dois retângulos de lados 3 e 4, e a área dos dois retângulos é 24; a diferença, 49 − 24 = 25 é a mesma área do quadrado sobre a hipotenusa; além disso é a área dos quadrados sobre os catetos 3 e 4, ressaltados no lado direito da figura 6.

A demonstração geométrica de Pitágoras a partir da figura 6 se baseia no uso tácito de alguns axiomas de Euclides: naquele que diz que se de todos iguais retiramos quantidades iguais, então os restos são iguais (EUCLIDES(2009)). Apesar desse enunciado bem sucinto do axioma, ele na prática é bem simples, e seu uso é anterior aos Elementos de Euclides. Então, vamos aplicar esse axioma à demonstração chinesa do teorema de Pitágoras.

**Teorema de Pitágoras - versão geométrica.** *Dado um triângulo retângulo qualquer, a soma das áreas dos quadrados sobre os catetos é a área do quadrado sobre a hipotenusa.*

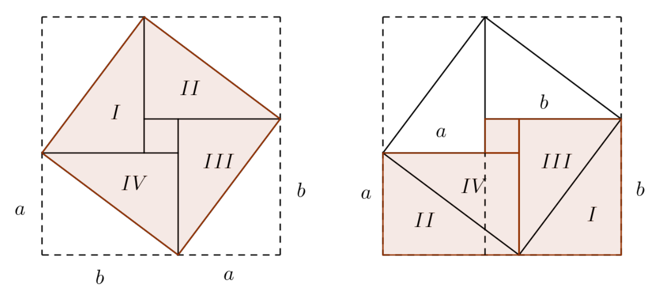


Figura 7: Prova geométrica do teorema de Pitágoras.

**Prova:**

A figura 7 nos indica imediatamente a validade do teorema de Pitágoras. O quadrado sobre a hipotenusa do triângulo retângulo do canto esquerdo inferior, de catetos $a$ e $b$, pode ser dividido em 4 cópias do triângulo retângulo mais um quadrado pequeno no meio. Se deslocamos os triângulos $I$ e $II$, o primeiro para o canto direito inferior, e o segundo para o canto esquerdo inferior, obtemos um figura em L que é a soma de dois quadrados, o de lado igual ao cateto menor $a$, e o de lado igual ao cateto maior $b$.

◇

**Atividade 4.** Realizar a construção acima no papel: pode ser feita tanto com dobraduras quanto cortando um papel quadrado.

A versão euclidiana é também geométrica, mas é mais dinâmica, enquanto a anterior, comparada à demonstração de Euclides, é mais estática. Euclides demonstra o teorema de Pitágoras na quadragésima sétima proposição do primeiro livro dos Elementos. Essa demonstração se baseia em equivalência de áreas de triângulos. O primeiro pressuposto da demonstração a seguir é que dois triângulos que têm um par de lados congruentes e os ângulos entre esses pares congruentes são triângulos congruentes (é a chamada congruência LAL). O segundo pressuposto é que dois triângulos de mesma base que tenham seus vértices numa mesma reta paralela a essa base têm a mesma área, situação exemplificada na figura 8.

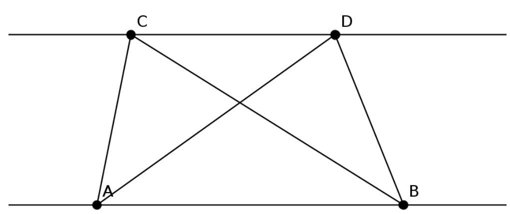


Figura 8: Os triângulos $ABC$ e $ABD$, de mesma base $AB$, e vértices $C$ e $D$ numa reta paralela à base $AB$.

Seja o triângulo retângulo $ABC$ cujo vértice de ângulo reto é $A$; sejam $ABGF$, $ACHI$, $BCED$ os quadrados sobre os catetos $AB$ e $AC$ e a hipotenusa $BC$ respectivamente - como na figura 9. Como o ângulo em $A$ é reto, $F$, $A$ e $C$ são colineares, e pela mesma razão $I$, $A$ e $B$. Euclides demonstra as equivalências de áreas dos seguintes triângulos:

1. $BFG$ e $BCG$ têm a mesma área porque $C$ e $F$ estão numa reta paralela a $BG$;

2. $BCG$ e $ABD$ têm a mesma área porque são congruentes, já que $BG = AB$, $BC = BD$ e o ângulo entre eles é $90^o + \angle ABC$;

3. $ABD$ e $BDJ$ têm a mesma área porque $A$ e $J$ estão numa reta paralela a $BD$.

Como $BFG$ é metade do quadrado $ABGF$ e $BDJ$ é metade do retângulo de lados $BD$ e $BJ$, então o quadrado $ABGF$ e o retângulo referido têm a mesma área. Analogamente, o quadrado $ACHI$ têm a mesma área do retângulo de lados $CE$ e $EJ$. A soma desses dois retângulos é o quadrado $BCED$ e é também a soma das áreas dos quadrados $ABGF$ e $ACHI$, exatamente o que afirma o teorema de Pitágoras.

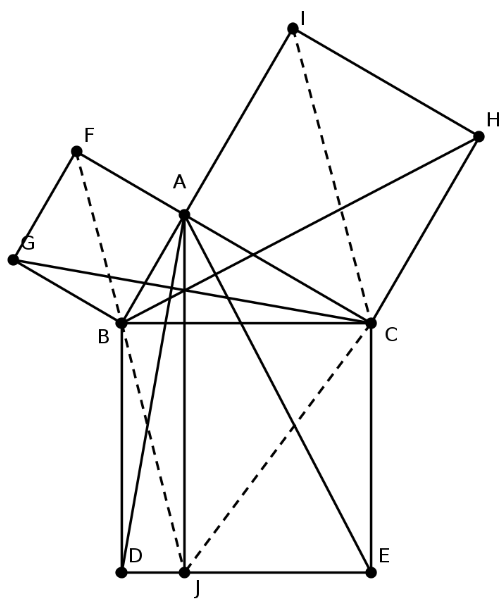


Figura 9: Demonstração de Euclides do teorema de Pitágoras.

## 5 A versão euclidiana da quadratura do retângulo

O que é uma quadratura? É, dada uma região cuja área gostaríamos de encontrar, achar o quadrado de mesma área dessa região. Se é uma região poligonal, como as estudadas em Geometria plana euclidiana, é tentador dividi-la em triâgulos, quadrar cada um deles e aplicar o teorema de Pitágoras a cada um dos quadrados obtidos e equivalentes aos triâgulos da divisão da região poligonal. Mas, não foi assim que Euclides fez. Euclides, nos Elementos, divide a região poligonal em triângulos mas não os quadra, antes ele transforma todos os triângulos em paralelogramos encaixados, formando um paralelogramo de mesma área da região poligonal original.

No segundo livro dos Elementos Euclides quadra um retângulo qualquer, de modo que se o paralelogramo do procedimento anterior for um retangular, terminamos obtendo um procedimento de quadratura de qualquer poligonal. Então, vejamos como Euclides quadra o retângulo e, no capítulo seguinte, veremos um procedimento alternativo de quadratura.

Para fazer essa quadratura Euclides utiliza a quinta proposição do segundo livro dos Elementos:

**Proposição II.5.** *Dado um segmento, se fazemos nele duas divisões, uma ao meio, em partes iguais, e outra divisão em partes desiguais, então a área do retângulo cujos lados são as partes da divisão desigual é igual à área do quadrado cujo lado é a metade do segmento menos a área do quadrado cujo lado é a diferença entre as partes desiguais.*

O enunciado dessa proposição parece complicado, mas esse é um dos casos em que a figura geométrica é bem simples e esclarece não só o enunciado como a sua validade.

Na figura 10, $AB$ é um segmento, $C$ é o seu ponto médio e $D$ um ponto de $AB$ distinto de $A$, $B$ e $C$. O enunciado diz que o retângulo cujos lados são $AD$ e $BD$ tem a mesma área que a do quadrado de lado $CB$ menos a área do quadrado de lado $CD$.

Se construímos o retângulo e os quadrados do enunciado, temos a figura 11; nela $R$ é o retângulo de lados $AC$ e $BD$; $q$ é o quadrado de lado $CD$; e $r$ é o retângulo de lados $CD$ e $DB$; portanto, o retângulo de lados $AD$ e $BD$ tem área $R+r$, e o quadrado de lado $BD$ tem área $R-r$, como na figura 11. Desse modo, a diferença entre as áreas do quadrado de lado $BC$, $R+r+q$ e a área do quadrado de lado $CD$, $q$, é $R+r+q-q=R+r$, e $R+r$, lembremos, é a área do retângulo de lados $AD$ e $BD$.

A conclusão é que, como temos a área do retângulo original igual à diferença das áreas de dois quadrados, para acharmos a área do quadrado

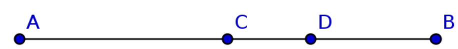


Figura 10: Segmento $AB$ com ponto médio $C$ e $D$ qualquer.

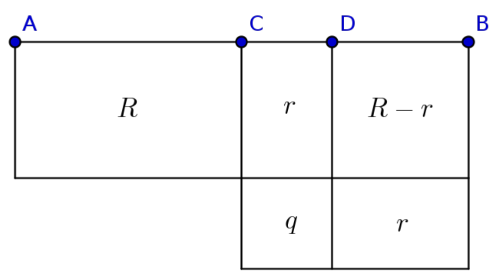


Figura 11: $R + r = ((R - r) + r + r + q) - q$.

de mesma área que o retângulo precisamos somente construir um triângulo retângulo cuja hipotenusa seja o lado do quadrado maior, $BC$, e um dos catetos seja o lado $CD$ do quadrado menor.

A construção euclidiana do quadrado de mesma área que um dado retângulo está na $14^a$ proposição do segundo livro dos Elementos e segue o seguinte passo a passo:

**Construção II.14.** *Quadratura do retângulo:*

1. Seja o retângulo $BCDE$;

2. Se $BE$ é lado igual a $BC$, então $BCDE$ é quadrado e não precisamos

fazer nada; se $BE$ é maior do que $BC$, então estendemos $BE$ de modo que $EF = DE = BC$;

3. Construímos sobre $BF$ o semicírculo de diâmetro $BF$ e centro $G$;
4. Estendemos $DE$ de modo a cortar o semicírculo em $H$;
5. $EH$ é o lado do quadrado de mesma área que $BCDE$ já que a área de $BCDE$, pela proposição anterior, é a área do quadrado de lado $BG = GH$ menos a área do quadrado de lado $EG$.

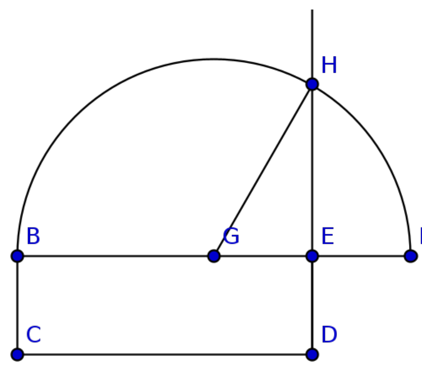


Figura 12: $EH$ é o lado do quadrado cuja área é igual à do retângulo $BCDE$.

**Atividade 5.** Mostrar que se $BE = a$ e $BC = b$, então $GH$ e $EH$ são, respectivamente, a média aritmética e a geométrica de $a$ e $b$. Concluir, a partir da figura, que a média aritmética de dois números é sempre maior ou igual do que a geométrica.

## 6 Outra versão da quadratura do retângulo

Nessa seção veremos outro procedimento para realizar a mesma quadratura. Começamos com o retângulo a ser quadrado:

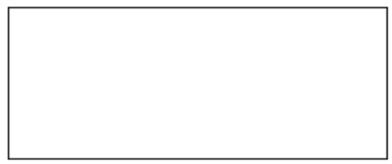

Figura 13: Retângulo qualquer

Na figura 13 temos o retângulo. Queremos achar um quadrado cuja área é a mesma desse retângulo. Como fazemos? Primeiro,vamos seguir os passos representados nas figuras 14 e 15.

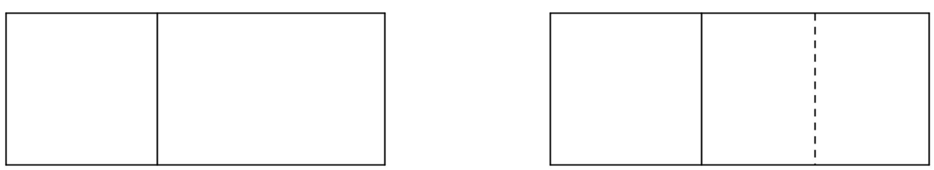

Figura 14: O retângulo original é dividido em um quadrado, à esquerda, e dois retângulos congruentes.

Primeiro, construímos dentro do retângulo o quadrado cujo lado é igual ao menor lado do retângulo, como na figura 14 à esquerda. Dentro do retângulo inicial temos um quadrado e um outro retângulo, que devemos dividir ao meio como na figura 14 à direita - o segmento que divide essa porção de área ao meio deve ser paralelo ao menor lado do retângulo.

Agora, transportamos uma das duas metades para o lado do quadrado pequeno, como na figura 15 à esquerda. A figura que obtemos é um tipo de

Figura 15: Um dois retângulos da divisão é deslocado para baixo do quadrado, formando um gnomon que precisa do quadrado vermelho da figura à direita para se tornar um novo quadrado.

figura em L que os gregos antigos chamavam de *gnomon*. Observe que até o momento não alteramos a área do retângulo inicial, isto é, o *gnomon* resultante tem a mesma área do retângulo. É fácil verificar que podemos fechar a figura lhe acrescentando um quadrado pequeno, em vermelho na figura 15 à direita. A figura total é um quadrado cujo lado é a média aritmética dos lados do retângulo. Conclusão: a área do retângulo é a área do quadrado maior menos a área do quadrado vermelho. Novamente, quando descobrimos que uma região é a soma ou a diferença de dois quadrados podemos utilizar triângulos retângulos para achar que quadrado tem a mesma área que essa região.

Como achamos esse triângulo retângulo? Já temos sua hipotenusa e um de seus catetos, então, como achamos o segundo cateto? Veremos na construção abaixo, que é diferente do procedimento da seção anterior.

Seja o segmento $AB$ a hipotenusa e o segmento $AC$ um dos catetos. Temos na figura 16 os lados $AB$ e $AC$ dos quadrados da figura 15 anterior, a hipotenusa e um dos catetos sobre essa mesma hipotenusa. A primeira coisa que devemos fazer é o semicírculo de diâmetro $AB$, já que todo triângulo retângulo de hipotenusa $AB$ terá vértice ao longo desse semicírculo.

Feito o semicírculo de diâmetro $AB$, como na figura 17 à esquerda, traçamos o círculo de centro $A$ e raio $AC$ até que ele cruze o semicírculo no ponto $D$, como na figura 17 à direita. Sabemos que $AD$ e $AC$ têm o mesmo comprimento, pois são raios do mesmo círculo.

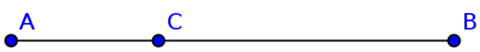


Figura 16: $AB$ e $AC$ são os lados dos quadrados cuja diferença das áreas é a área do retângulo.


Figura 17: Semicírculo necessário à construção do triângulo retângulo cuja hipotenusa é AB e um dos catetos é AC.


Figura 18: Término da construção do triângulo retângulo de hipotenusa AB e cateto AC.

Agora traçamos os segmentos $AD$ e $BD$. O ângulo do vértice $D$ é de noventa graus, como indicado na figura 18 à direita. Portanto, $BD$ é o segmento que é lado do quadrado de área igual ao retângulo original, se $AC$ for o lado do quadrado vermelho e $AB$ o lado do quadrado maior, que também é igual à média aritmética dos lados do retângulo.

A figura 19 final, desde o retângulo inicial até o quadrado final de mesma área é a seguinte:

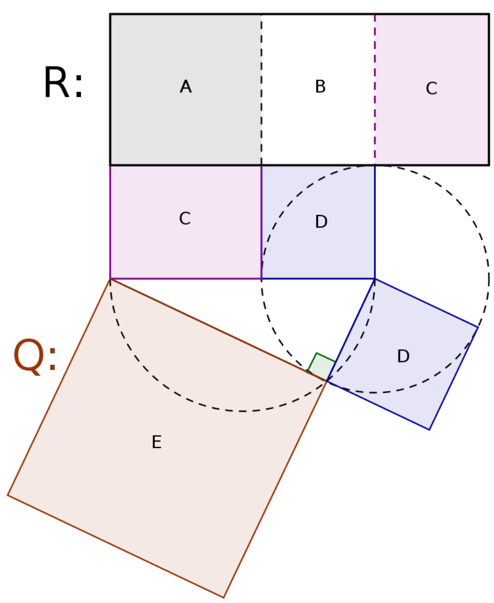


Figura 19: O retângulo $A + B + C$ tem a mesma área do quadrado $E$.

Retomando, para que a figura 19 fique clara, primeiro temos um retângulo $R$ e dentro dele o quadrado cujo lado é o menor lado de $R$; depois, dividimos o resto do retângulo em dois retângulos $B$ e $C$ iguais, de mesma área, e, entre eles, o $C$ é transportado para a região ao lado do quadrado $A$; completamos a figura com o quadrado $D$; $A$, $B$, $C$ e $D$ formam um quadrado; um dos lados desse quadrado maior é a hipotenusa de um triângulo retângulo, e os quadrados sobre os catetos são $D$ e $E$; logo, a região $E$ tem área $(A + B + C + D) - D$, o quadrado maior menos o menor $D$; portanto, a área da região $E$ é $A + B + C$, a mesma do retângulo.

# 7 Comentários sobre as Referências Bibliográficas

A primeira referência é a tradução dos Elementos de Euclides realizada pelo professor Irineu Bicudo da Unesp e editada pela editora da Unesp em 2009. É a primeira tradução completa para o português dessa obra. Antes dessa tradução só tínhamos a tradução baseada na tradução de Commandino, editada no Brasil pela editora Cultura na década de 1940. Os livros I e II dos Elementos, que consistem em 13 livros, têm os resultados de teoria de áreas, e o teorema de Pitágoras é a $47^a$ proposição do primeiro livro.

A segunda referência é o diálogo platônico Menon, no qual encontramos a célebre passagem em que Sócrates "mostra"que o escravo de Menon já tem dentro de si o conhecimento da duplicação do quadrado.

A terceira referência é a obra de história da Matemática de Van der Waerden, Arithmetic and Geometry in Ancient Civilizations, onde encontramos exemplos de Geometria antiga e de uso pré-Euclidiano de teoria de áreas. O exemplo chinês do teorema de Pitágoras encontra-se nessa obra do célebre matemático holandês.

# Referências

[1] EUCLIDES, Elementos, Editora da Unesp, 2009.

[2] PLATÃO, Diálogos Mênon, Banquete e Fedro, Ediouro, ano.

[3] WAERDEN, B.L. van der, Aritmetic and Geometry in Ancient Civilizations, Springer-Verlag.